

Popravni kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 18. 2. 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Dani sta kompleksni števili $a = 1 + i$ in $b = 1 - i$.

(a) Pokaži, da je $b = \bar{a}$ in zapiši števili a in b v polarni obliki.

(b) Izračunaj

$$\frac{a^{2014}}{b^{2014}}$$

(c) Poišči vse rešitve enačbe

$$z^3 = a.$$

Rešitve lahko puščiš v polarni obliki.

2. Dana je funkcija

$$f(x) = x^2 + 2x + 4.$$

(a) Izračunaj enačbi tangente in normale v točki $x = 0$.

(b) Poišči presečišča normale iz prejšnje točke in grafa funkcije $y = f(x)$.

(c) Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji $y = f(x)$ in normala iz prve točke.

3. V prostoru so dane so točke $A(2, 1, 3)$, $B(1, -1, 1)$ in $C(3, 0, -1)$.

(a) Poišči enačbo ravnine R skozi točki A , B in C .

(b) Poišči enačbo premice p , ki gre skozi A in je pravokotna na ravnino R .

(c) Poišči točko D , ki je za 3 oddaljena od ravnine in katere pravokotna projekcija na ravnino R je točka A .

4. Za linearni sistem enačb

$$\begin{array}{rcccc} x & +y & +z & & = & 1 \\ x & -y & & -w & = & 2 \\ & y & -z & -w & = & 1. \end{array}$$

(a) Poišči vse rešitve sistema.

(b) Ali obstaja rešitev sistema, za katero je vsota komponent enaka 0? Poišči jo, če obstaja.

Vse odgovore dobro utemelji!