

1. kolokvij iz Matematike, Ljubljana, 7. december 2011

1. Dana je točka $A(6, 4, 6)$ in ravnina Σ z enačbo $\Sigma : 2x - 2y + z - 1 = 0$.
 - (a) Pokaži, da točka A ne leži na ravnini Σ .
 - (b) Zapiši enačbo premice p , ki je pravokotna na ravnino Σ in gre skozi točko A .
 - (c) Določi presečišče premice p iz prejšnje točke in ravnine Σ .
 - (d) Izračunaj razdaljo točke A do ravnine Σ .
2. Naj bo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - (a) Izračunaj Aa , $b^t A$.
 - (b) Poišči vse rešitve enačbe $Ax = b$.
3. (a) Reši sistem enačb $|z| = 1; |z - 1| = 1$ (neznanka z je kompleksno število).
(b) Reši enačbo $z^3 = 27$ (neznanka z je kompleksno število).
4. Zaporedje a_n je definirano s splošnim členom $a_n = \frac{2}{(3n-2)(3n+1)}$.
 - (a) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
 - (b) Z uporabo matematične indukcije dokaži, da velja enakost

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{2n}{3n+1}.$$

- (c) S pomočjo rezultata iz prejšnje točke izračunaj vsoto $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

1. kolokvij iz Matematike, Ljubljana, 7. december 2011

1. Dana je točka $A(6, 4, 6)$ in ravnina Σ z enačbo $\Sigma : 2x - 2y + z - 1 = 0$.
 - (a) Pokaži, da točka A ne leži na ravnini Σ .
 - (b) Zapiši enačbo premice p , ki je pravokotna na ravnino Σ in gre skozi točko A .
 - (c) Določi presečišče premice p iz prejšnje točke in ravnine Σ .
 - (d) Izračunaj razdaljo točke A do ravnine Σ .
2. Naj bo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - (a) Izračunaj Aa , $b^t A$.
 - (b) Poišči vse rešitve enačbe $Ax = b$.
3. (a) Reši sistem enačb $|z| = 1; |z - 1| = 1$ (neznanka z je kompleksno število).
(b) Reši enačbo $z^3 = 27$ (neznanka z je kompleksno število).
4. Zaporedje a_n je definirano s splošnim členom $a_n = \frac{2}{(3n-2)(3n+1)}$.
 - (a) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
 - (b) Z uporabo matematične indukcije dokaži, da velja enakost

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{2n}{3n+1}.$$

- (c) S pomočjo rezultata iz prejšnje točke izračunaj vsoto $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.